Основной вариант.

Задача 1. Легкоатлет, пробегая последние 20 м дистанции за 3,2 с, смог увеличить скорость в полтора раза. Найдите его скорость в конце дистанции. Считайте движение легкоатлета прямолинейным равноускоренным. Ответ представьте в [м/с] с точностью до десятых.

Решение. Пусть за t = 3,2 с скорость легкоатлета возросла от v_0 до v_1. Поскольку легкоатлет движется прямолинейно равноускорено, то $v_1 = v_0 + at$, где a – ускорение легкоатлета. Также по условию знаем, что

$$v_0 = \frac{v_1}{1{,}5} = \frac{2}{3}v_1.$$

Тогда

$$a = \frac{v_1}{3t}.$$

За время t легкоатлет пробежит путь

$$S = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2a}.$$

Подставляя в последнее равенство предыдущие выражения для начальной скорости и ускорения, получаем:

$$S = \frac{5}{6}\cdot v_1 t \implies v_1 = 1{,}2\frac{S}{t} = 1{,}2\cdot\frac{20\text{м}}{3{,}2\text{с}} = 7{,}5\ \text{м/с}.$$

Ответ: 7,5 м/с.

Задача 2. Электродвигатель трамвая работает при силе тока $I = 90$ А и напряжении $U = 400$ В. Двигаясь равномерно при силе тяги двигателя $F = 4$ кН, трамвай за время $T = 10$ с проезжает $S = 80$ м. Найдите сопротивление R обмотки электродвигателя. Ответ представьте в [Ом] с точностью до десятых.

Решение. По закону сохранения энергии мощность сил электрического поля в обмотке электродвигателя $P_{\text{эл}} = I\cdot U$ больше мощности силы тяги $P = F\cdot v = F\cdot\frac{S}{T}$ на величину мощности I^2R тепловыделения в обмотке электродвигателя, т. е.

$$I^2R = IU - F\cdot\frac{S}{T}.$$

Отсюда

$$R = \frac{1}{I}\left(U - \frac{F\cdot S}{I\cdot T}\right) = \frac{1}{90}\left(400 - 4\cdot 10^3\cdot\frac{80}{90\cdot 10}\right) \approx 0{,}5\ \text{Ом}.$$

Ответ: 0,5 Ом.

Задача 3. Айсберг возвышается над поверхностью океана на h_1 = 15 м. Оцените высоту айсберга, приняв его модель в виде тела с двумя плоскими горизонтальными основаниями и вертикальными боковыми стенками (столообразный айсберг). Плотность льда ρ_1 = 900 кг/м^3, плотность морской воды ρ_2 = 1028 кг/м^3. Ответ представьте в [м] с точностью до целого.

Решение. Пусть высота айсберга равна h, площадь основания – S. Тогда сила тяжести айсберга $F = \rho_1 g h S$. Сила Архимеда, действующая на айсберг, равна $F_{\text{Арх}} = \rho_2 g(h - h_1)S$. Условие плавания айсберга – сила Архимеда равна силе тяжести. Значит,

$$\rho_1 g h S = \rho_2 g(h - h_1)S.$$

Тогда искомая величина

$$h = \frac{\rho_2}{\rho_2 - \rho_1} h_1 = \frac{1028\ \text{кг/м3}}{1028\ \text{кг/м3} - 900\ \text{кг/м3}} \cdot 15\text{м} \approx 120\text{м}.$$

Ответ: 120 м.

Задача 4. В калориметр, содержащий 2 л воды при температуре 40^0С, опустили кусок льда массой 1 кг при температуре -20^0С. Определите температуру в калориметре после установления теплового равновесия. Ответ приведите в [^{0}С] с точностью до целого.

Удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг·^{0}С), удельная теплоемкость воды 4200 Дж/(кг·^{0}С), удельная теплота плавления льда $3{,}36 \cdot 10^5$ Дж/кг. Плотность воды 1000 кг/м^3. Теплоёмкостью калориметра пренебречь.

Решение. Конечное состояние не очевидно. Требуется анализ.

Чтобы нагреть массу $m_\text{л} = 1\,\text{кг}$ льда от $t_\text{л} = -20^\circ\text{C}$ до $t_0 = 0^\circ\text{C}$, надо было бы затратить количество теплоты

$$Q_1 = c_\text{л} m_\text{л}(t_0 - t_\text{л}) = 42000\,\text{Дж}$$

(где $c_\text{л} = 2100\,\text{Дж/(кг} \cdot {}^\circ\text{C)}$ – теплоёмкость льда).

Чтобы расплавить весь лёд при 0°C потребовалось бы количество теплоты

$$Q_2 = \lambda_\text{л} m_\text{л} = 336000\ \text{Дж}.$$

(где $\lambda_\text{л} = 3{,}36 \cdot 10^5\,\text{Дж/кг}$ – удельная теплота плавления льда).

Если вся вода охладится от $t_\text{в} = 40\,^\circ\text{C}$ до $t_0 = 0^\circ\text{C}$, то выделится количество теплоты

$$Q_3 = c_\text{в}\rho_\text{в}V_\text{в}(t_\text{в} - t_0) = 336000\,\text{Дж}$$

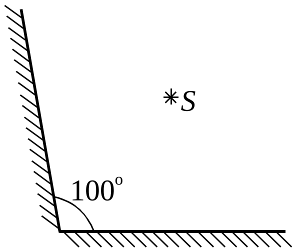
(где $c_\text{в}$, $\rho_\text{в}$, $V_\text{в}$ – удельная теплоёмкость, плотность и объём воды соответственно).

Сравнивая полученные значения для Q_1, Q_2, Q_3, приходим к выводу, что Q_3 хватит на нагрев всего льда от $t_\text{л}$ до t_0 и плавления только $\frac{7}{8}$ части льда.

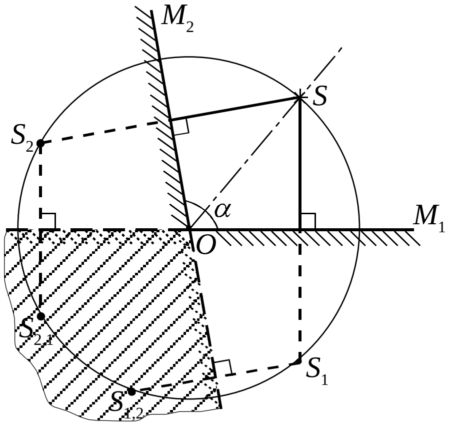
Итак, в калориметре будет смесь воды и льда при температуре 0°C.

Ответ: 0°C.

Задача 5. Два плоских зеркала образуют угол $\alpha = 100^\circ$ (см. рис.). На биссектрисе этого угла находится точечный источник света S. Сколько изображений источника S даст такая оптическая система?



Решение. Поскольку точечный источник S находится на биссектрисе угла $\alpha = 100^\circ$, то в системе зеркал можно увидеть четыре изображения: S_1 – изображение источника S в зеркале M_1, S_2 – изображение источника S в зеркале M_2, изображение $S_{1,2}$ изображения S_1 в зеркале M_2, и, наконец, изображение $S_{2,1}$ изображения S_2 в зеркале M_1. Других изображений не будет, так как изображения $S_{1,2}$ и $S_{2,1}$ лежат со стороны неотражающих поверхностей обоих зеркал (см. рис.). Обратите внимание на то, что все изображения лежат на окружности с центром в точке O и радиусом $R = OS$.



Ответ: 4 изображения.